

河南省 2008 级普通高中学生学业水平考试

数 学

本试题卷共 4 页,三大题,29 小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 考生答题时,将答案答在答题卡上,在本试题卷上答题无效。考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回。
2. 答题前,考生务必先认真核对条形码上的姓名、考生号、考场号和座位号,核对无误后将本人姓名、考生号、考场号和座位号填在答题卡相应位置。座位号同时填涂在答题卡背面左上角,将条形码粘贴在答题卡指定的位置,并将试题卷装订线内项目填写清楚。
3. 选择题答案必须使用 2B 铅笔规范填涂。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。
4. 非选择题答题时,必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔书写;作图时,可用 2B 铅笔,笔迹要清晰。
5. 严格在题号所指示的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。
6. 保持答题卡清洁、完整,严禁折叠,严禁在答题卡上作任何标记,严禁使用涂改液和修正带。

一、选择题 (本题共 16 小题,每小题 3 分,共 48 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $M = \{1, 2, 3\}$, 集合 $N = \{0, 2, 4\}$, 则 $M \cup N =$

A. $\{2, 4\}$ B. $\{0, 2, 4\}$ C. $\{1, 2, 3, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. 计算: $\lg 10 - \lg 1 =$

A. 1

B. 11

C. 10

D. 0

3. 计算: $\sin(-390^\circ) =$

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的定义域是

A. $[0, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1 \cdot a_7 = 4$, 则 $a_2 \cdot a_6 =$

A. -2

B. 2

C. 4

D. -4

6. 设 $y < 0 < x (x, y \in \mathbf{R})$, 则下列不等式正确的是

- A. $y^2 < x^2$ B. $\frac{1}{y} > \frac{1}{x}$ C. $-y < -x$ D. $x - y > x + y$

7. 函数 $y = \cos(\frac{1}{2}x + 3)$ 的最小正周期为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 4π

8. 如图, 一个几何体的正视图和侧视图都是边长为 2 的正方形, 俯视图是一个圆, 那么这个几何体的侧面积为 (注: 正视图同主视图, 侧视图同左视图)



第 8 题图

- A. π B. 5π C. 4π D. 6π

9. 下列四个命题中, 正确的是

- A. 过平面外一点作与这个平面垂直的平面有且只有一个
B. 两个平面平行, 其中一个平面内的直线一定平行于另一个平面
C. 一个平面内有无数条直线与另一个平面平行, 则这两个平面平行
D. 两条直线与一个平面所成的角相等, 则这两条直线平行

10. 假设某台设备在一天内随机发生一次故障, 那么在 8 点到 11 点内出故障的概率是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{24}$

11. 若执行右边的程序框图, 则输出的 $k =$

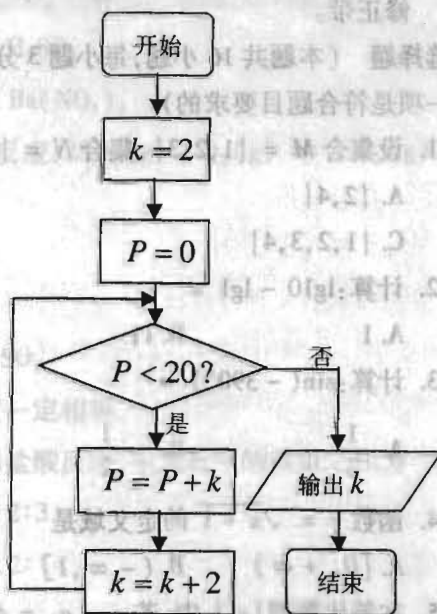
- A. 8 B. 9 C. 10 D. 以上 A、B、C 都不对

12. 方程 $\ln x - \frac{2}{x} = 0$ 的根所在的区间是

- A. $(1, 2)$ B. $(2, e)$ C. $(e, 3)$ D. $(3, +\infty)$

13. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 则 $f(-2)$ 、 $f(-4)$ 、 $f(3)$ 的大小顺序是

- A. $f(-4) > f(3) > f(-2)$
B. $f(-4) > f(-2) > f(3)$
C. $f(-4) < f(3) < f(-2)$
D. $f(-4) < f(-2) < f(3)$



第 11 题图

14. 过点 $P(4,2)$ 作圆 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 的一条切线,切点为 Q ,则 $|PQ| =$ 三

- A. 5 B. $\sqrt{26}$ C. $2\sqrt{6}$ D. 6

15. 已知 $a + 2b = 1$,则 $2^a + 4^b$ 的最小值是

- A. 8 B. 6 C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

16. 某城市一年中 12 个月的平均气温与月份的关系可近似地用函数

$$f(x) = B + A\cos\left[\frac{\pi}{6}(x-6)\right], x \in \{1,2,3,\dots,12\}$$

来表示. 已知 6 月份的平均气温为 28°C , 12 月份的平均气温为 18°C , 则 10 月份的平均气温为

- A. 20°C B. 20.5°C
C. 21°C D. 21.5°C

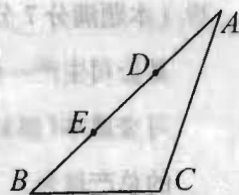
二、填空题(本题共 7 小题,每小题 3 分,共 21 分)

17. 某研究所需用 A, B, C 三种不同型号的产品,数量之比依次为 $2:3:5$. 现用分层抽样的方法抽出一个容量为 n 的样本,其中抽得 A 种型号的产品有 16 件,那么此样本的容量 n 是_____.

18. 不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解集是_____.

19. 函数 $f(x) = \sin\frac{\pi}{6}\cos x + \cos\frac{\pi}{6}\sin x$ 的最大值是_____.

20. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D, E 为边 AB 的两个三等分点,若向量 $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{CB} = \mathbf{b}$, 则向量 $\overrightarrow{DE} =$ _____ (用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示).



第 20 题图

21. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1, & x \geq 0, \\ \frac{1}{x}, & x < 0. \end{cases}$ 若 $f(t) = t$, 则实数 t 的值为_____.

22. 同时抛掷两个质地均匀的硬币,出现“1 个正面朝上、1 个反面朝上”的概率为_____.

23. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq y, \\ 2x - y \leq 1, \\ x \geq 0. \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值是_____.

三、解答题(本题共6小题,共31分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

24. (本题满分4分)

已知向量 $a = (-2, 3)$, $b = (x, -6)$, 且 $a \perp b$, 求 x 的值.

25. (本题满分4分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 3$, $a_3 - a_5 = -4$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前10项和 S_{10} .

26. (本题满分5分)

设两条直线 $l_1: y = 2x - 3$ 和 $l_2: y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ 的交点为 P , 求经过点 P 并且与直线 $2x + 3y + 5 = 0$ 垂直的直线的方程.

27. (本题满分5分)

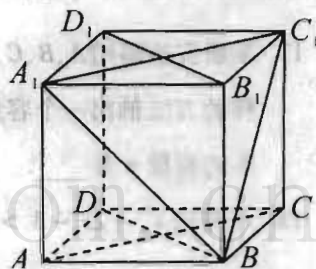
在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = -\frac{5}{13}$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $BC = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

28. (本题满分6分)

如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求证:

(I) $AC \parallel$ 平面 A_1BC_1 ;

(II) 平面 $DBB_1D_1 \perp$ 平面 A_1BC_1 .



29. (本题满分7分)

某公司生产一种新产品, 需要固定成本(厂房、设备等)为200万元, 每件产品的可变成本(原材料、工人工资等)为0.3万元, 每件产品的售价为0.4万元, 设产品的总产量为 x .

(I) 分别写出总产量 x 对总成本 C 、单位成本 P 、销售收入 R 以及利润 L 之间的函数关系;

(II) 试根据(I)所写函数, 对该公司的经济效益作简单分析.

河南省 2008 级普通高中学生学业水平考试 数学试题参考答案及评分说明

说明:

1. 本解答给了一种或多种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据该题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则。
2. 对解答题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定对后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应得分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分。
3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
4. 只给整数分数, 填空题不给中间分。

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
D	A	B	D	C	D	D	C	B	B	C	B	A	A	C	B

二、填空题

17. 80; 18. $\{x|x>3, \text{或} x<-1\}$; 19. 1; 20. $\frac{1}{3}b - \frac{1}{3}a$;
21. -1; 22. $\frac{1}{2}$; 23. 5.

三、解答题

24. 解: 因为 $a \perp b$, 所以 $a \cdot b = 0$2 分
即 $(-2, 3) \cdot (x, -6) = 0$, $-2x - 18 = 0$, 解得 $x = -9$4 分

25. 解: 因为 $\{a_n\}$ 为等差数列, 所以 $a_2 = a_1 + d = 3$, $a_3 - a_5 = -2d = -4$.

解得 $a_1 = 1$, $d = 2$2 分

数列 a_n 的前 10 项和 $S_{10} = \frac{1}{2} \times 10 \times (a_1 + a_{10}) = 5 \times (1 + 19) = 100$4 分

(或: 数列 a_n 的前 10 项和 $S_{10} = 10a_1 + \frac{10 \times 9}{2} \cdot d = 100$)

26. 解: 解方程组 $\begin{cases} y = 2x - 3, \\ y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

即两直线的交点为 $P(2, 1)$2 分

由于直线 $2x+3y+5=0$ 的斜率为 $-\frac{2}{3}$, 所以所求直线的斜率为 $\frac{3}{2}$4 分

故所求直线方程为 $y-1=\frac{3}{2}(x-2)$, 即 $3x-2y-4=0$5 分

(注: 未写成一般式不扣分)

27. 解: 在 $\triangle ABC$ 中, 由 $\cos A = -\frac{5}{13}$, 得 $\sin A = \frac{12}{13}$,

由 $\sin B = \frac{4}{5}$, 得 $\cos B = \frac{3}{5}$. (舍去 $-\frac{3}{5}$, 未写者不扣分)2 分

由正弦定理得 $AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{5 \times \frac{4}{5}}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{3}$3 分

又 $\sin C = \sin(A+B) = \frac{12}{13} \times \frac{3}{5} + (-\frac{5}{13}) \times \frac{4}{5} = \frac{16}{65}$,4 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC \cdot \sin C = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{13}{3} \times \frac{16}{65} = \frac{8}{3}$5 分

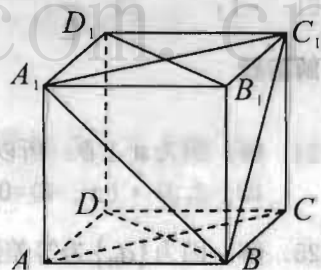
28. 证明: (I) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,

$AC \parallel A_1C_1$,1 分

又 $A_1C_1 \subset$ 平面 A_1BC_1 ,

$AC \not\subset$ 平面 A_1BC_1 ,

所以 $AC \parallel$ 平面 A_1BC_13 分



(II) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $BB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

而 $A_1C_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$, 所以 $BB_1 \perp A_1C_1$.

又在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中, $B_1D_1 \perp A_1C_1$,5 分

且 $B_1D_1 \cap BB_1 = B_1$, 所以 $A_1C_1 \perp$ 平面 DBB_1D_1 .

又 $A_1C_1 \subset$ 平面 A_1BC_1 , 从而平面 $DBB_1D_1 \perp$ 平面 A_1BC_16 分

29. 解: (I) 由题意得: $C = 200 + 0.3x$;1分

$$P = \frac{200}{x} + 0.3; \text{2分}$$

$$R = 0.4x; \text{3分}$$

$$L = R - C = 0.1x - 200. \text{4分}$$

(II) (注: 本题答案不唯一, 参考示例 1、2、3、4, 只要合理酌情给分)

示例 1: 由 $0.1x - 200 = 0$ 得, $x = 2000$.

所以当 $x < 2000$ 时, 该公司亏损;

当 $x = 2000$ 时, 该公司不赔不赚;

当 $x > 2000$ 时, 该公司盈利.7分

示例 2: 从单位成本与产量的关系 $P = \frac{200}{x} + 0.3$ 可以看出, 为了降低成本,

应增加产量, 以形成规模效益.7分

示例 3: 由函数 L 的图象 (图 1) 可知,

当 $x < 2000$ 时, 该公司亏损;

当 $x = 2000$ 时, 该公司不赔不赚;

当 $x > 2000$ 时, 该公司盈利.7分

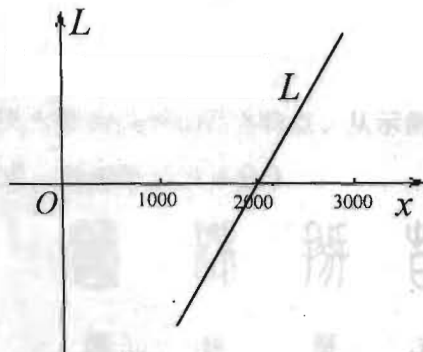


图 1

例 4: 由函数 C 和 R 的图象 (图 2) 可知, 当 $x < 2000$ 时, 该公司亏损;

当 $x = 2000$ 时, 该公司不赔不赚;

当 $x > 2000$ 时, 该公司盈利.

……7 分

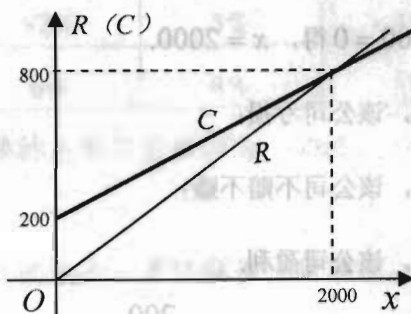


图 2

www.heao.com.cn

不仅发达国家而且发展中国家都会上升的那样, 中国早已把低碳经济纳入国家发展战略, 并一直为实现控制温室气体的自主行动目标进行着不懈的努力。在减排温室气体方面, 中国主动地承担起自己的责任。

减排温室气体, 责任无处不在, 人们对责任的态度却不尽相同。负责任, 尽责, 承担责任, 承担责任, 不同的价值取向影响着人们的选择。

要求选准角度, 明确立意, 自选文体, 自拟题目, 写一篇不少于 800 字的文章。不得抄袭。