

数 学 (理工)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.第 I 卷 1 至 2 页,第 II 卷 3 至 4 页.

第 I 卷 (选择题, 共 85 分)

注意事项:

1. 答第 I 卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号, 用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔涂写在答题卡上.
2. 考试结束, 将本试卷和答题卡一并交回.
3. 在本试卷中, $\tan \alpha$ 表示角 α 的正切, $\cot \alpha$ 表示角 α 的余切.

一、选择题: 本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

(1) 设集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x \geq -1\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{x \mid |x| \leq 1\}$ (B) $\{x \mid |x| \leq 2\}$
 (C) $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ (D) $\{x \mid -2 \leq x \leq -1\}$

(2) 函数 $y = \cos \frac{x}{3}$ 的最小正周期是

- (A) 6π (B) 3π (C) 2π (D) $\frac{\pi}{3}$

(3) 抛物线 $y^2 = -4x$ 的准线方程为

- (A) $x = -2$ (B) $x = -1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 1$

(4) 设甲: $x = \frac{\pi}{6}$;

乙: $\sin x = \frac{1}{2}$,

则

- (A) 甲是乙的必要条件, 但不是乙的充分条件
 (B) 甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件
 (C) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件
 (D) 甲是乙的充分必要条件

(5) 若向量 $a = (x, 2)$, $b = (-2, 3)$, 且 $a \parallel b$, 则 $x =$

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) -3 (C) 3 (D) $\frac{4}{3}$

(6) 下列函数中, 为奇函数的是

- (A) $y = \log_3 x$ (B) $y = 3^x$ (C) $y = 3x^2$ (D) $y = 3 \sin x$

(7) 函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = 2^x$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(x) =$

- (A) 2^x (B) $\log_2 x (x > 0)$
 (C) $2x$ (D) $\lg(2x) (x > 0)$

(8) 设二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像过点 $(1, 2)$ 和 $(-2, 4)$, 则该函数的解析式为

- (A) $y = x^2 + x + 2$ (B) $y = x^2 + 2x - 1$
 (C) $y = x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (D) $y = x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

(9) 若 $a > 1$, 则

- (A) $\log_{\frac{1}{3}} a < 0$ (B) $\log_2 a < 0$ (C) $a^{-1} < 0$ (D) $a^2 - 1 < 0$

(10) 已知复数 $z = 1 + i$, i 为虚数单位, 则 $z^2 =$

- (A) $2 + 2i$ (B) $2i$ (C) $2 - 2i$ (D) $-2i$

(11) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A = \frac{1}{3}$, $A + B = 30^\circ$, $BC = 4$, 则 $AB =$

- (A) 24 (B) $6\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) 6

(12) 过函数 $y = \frac{6}{x}$ 图像上一点 P 作 x 轴的垂线 PQ , Q 为垂足, O 为坐标原点,

则 $\triangle OPQ$ 的面积为

- (A) 6 (B) 3 (C) 2 (D) 1

(13) 已知正方形 $ABCD$, 以 A, C 为焦点, 且过 B 点的椭圆的离心率为

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

(14) 已知向量 $a = (2, -3, 1)$, $b = (2, 0, 3)$, $c = (0, 0, 2)$, 则 $a \cdot (b + c) =$

- (A) 8 (B) 9 (C) 13 (D) $\sqrt{61}$

(15) 设某项试验每次成功的概率为 $\frac{2}{3}$, 则在 2 次独立重复试验中, 都不成功的概率为

- (A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$

(16) 在空间中, 下列四个命题中为真命题的一个是

- (A) 平行于同一条直线的两条直线互相平行
 (B) 垂直于同一条直线的两条直线互相平行
 (C) 若 a 与 b 是异面直线, b 与 c 是异面直线, 则 a 与 c 也是异面直线
 (D) 若直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \parallel$ 平面 α , 则 $a \parallel b$

(17) 某学生从 6 门课程中选修 3 门, 其中甲、乙两门课程至少选一门, 则不同的选课方案共有

- (A) 4 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种

数 学 (理工)

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

注意事项:

- 第 II 卷 2 页, 用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔在答题卡上指定的答题区域内作答。
- 在此试卷上答题, 答案无效。

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中横线上.

- 曲线 $y=2\sin x$ 在点 $(\pi, 0)$ 处的切线的斜率为_____.
- 设 α 是直线 $y=-x+2$ 的倾斜角, 则 $\alpha=$ _____.
- 一个三棱锥的三个侧面与底面都是等边三角形, 则其侧面和底面所成角的余弦值是_____.
- 设随机变量 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

则 ξ 的数学期望 $E\xi=$ _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.

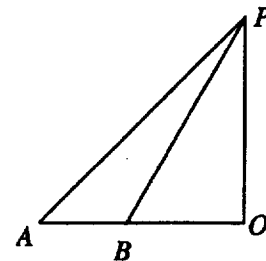
(22) (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=9$, $a_3+a_5=0$.

- 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- 当 n 为何值时, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 取得最大值, 并求该最大值.

(23) (本小题满分 12 分)

如图, 塔 PO 与地平线 AO 垂直, 在 A 点测得塔顶 P 的仰角 $\angle PAO=45^\circ$, 沿 AO 方向前进至 B 点, 测得仰角 $\angle PBO=60^\circ$, A, B 相距 44 m, 求塔高 PO . (精确到 0.1 m)



(24) (本小题满分 12 分)

已知一个圆的圆心为双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的右焦点, 并且此圆过原点.

- 求该圆的方程;
- 求直线 $y=\sqrt{3}x$ 被该圆截得的弦长.

(25) (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x)=x-2\sqrt{x}$.

- 求函数 $y=f(x)$ 的单调区间, 并指出它在各单调区间上是增函数还是减函数;
- 求函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 上的最大值和最小值.

2008 年成人高等学校招生全国统一考试

数学 (理工农医类) 试题参考答案和评分参考

说明:

1. 本解答给出了每题的一种或几种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分参考制定相应的评分细则.

2. 对计算题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应得分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分.

3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题: 每小题 5 分, 共 85 分.

- (1) C (2) A (3) D (4) B (5) A (6) D (7) B (8) C
 (9) A (10) B (11) D (12) B (13) C (14) B (15) D (16) A
 (17) C

二、填空题: 每小题 4 分, 共 16 分.

- (18) -2 (19) $\frac{3}{4}\pi$ (20) $\frac{1}{3}$ (21) $\frac{5}{2}$

三、解答题: 共 49 分.

(22) 解: (I) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 由已知 $a_3 + a_8 = 0$, 得

$$2a_1 + 9d = 0.$$

$$\text{又已知 } a_1 = 9,$$

$$\text{所以 } d = -2.$$

数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n = 9 - 2(n-1),$$

$$\text{即 } a_n = 11 - 2n.$$

……6 分

(II) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和

$$S_n = \frac{n}{2}(9 + 11 - 2n)$$

$$= -n^2 + 10n$$

$$= -(n-5)^2 + 25.$$

当 $n=5$ 时, S_n 取得最大值 25.

……12 分

(23) 解: 因为 $\angle PAO = 45^\circ$,

$$\text{所以 } AO = PO.$$

又因为 $\angle PBO = 60^\circ$,

$$\text{所以 } BO = \frac{\sqrt{3}}{3}PO.$$

……6 分

$$AO - BO = AB,$$

$$PO - \frac{\sqrt{3}}{3}PO = 44,$$

$$\text{解得塔高 } PO = \frac{132}{3-\sqrt{3}} = 104.1(\text{m}).$$

……12 分

(24) 解: (I) 由计算可知双曲线的右焦点坐标为 $(4, 0)$,

所以圆心的坐标为 $(4, 0)$.

因为圆过原点, 所以圆的半径为 4.

$$\text{圆的方程为 } (x-4)^2 + y^2 = 16.$$

……6 分

(II) 记直线 $y = \sqrt{3}x$ 被该圆截得的弦长为 a .

直线 $y = \sqrt{3}x$ 的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$,

$$a = 8 \cos \frac{\pi}{3} = 4.$$

……12 分

(25) 解: (I) $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 1$.

当 $x \in (0, 1)$, $f'(x) < 0$;

当 $x \in (1, +\infty)$, $f'(x) > 0$.

故函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 是减函数, 在 $(1, +\infty)$ 是增函数. ……6 分

(II) 当 $x=1$ 时, $f(x)$ 取到极小值.

$$\text{又 } f(0) = 0, f(1) = -1, f(4) = 0.$$

故函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 上的最大值为 0, 最小值为 -1. ……13 分