

高等数学(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 3 至第 5 页。

第 I 卷(选择题,共 40 分)

注意事项:

1. 答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号,用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔涂写在答题卡上。
2. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:1~10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内。

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{3x-4} =$

- A. $-\frac{1}{4}$ B. 0 C. $\frac{2}{3}$ D. 1

2. 已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导,且 $f'(1)=3$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} =$

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 6

3. 设函数 $y = \ln x$, 则 $y' =$

- A. $\frac{1}{x}$ B. $-\frac{1}{x}$

- C. $\ln x$ D. e^x

4. 已知 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内为单调减函数,且 $f(x) > f(1)$, 则 x 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

5. 设函数 $y = e^x + 2$, 则 $dy =$

- A. $(e^x + 2)dx$ B. $(e^x + 2x)dx$

- C. $(e^x + 1)dx$ D. $e^x dx$

6. $\int (\cos x + 1)dx =$

- A. $\sin x + x + C$ B. $-\sin x + x + C$

- C. $\cos x + x + C$ D. $-\cos x + x + C$

7. $\int_{-1}^1 x^2 dx =$

- A. -2 B. -1

- C. 0 D. 1

8. 设函数 $z = x^2 + 3y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A. $2x+3y$ B. $2x$ C. $2x+3$ D. $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}y^2$

9. 设函数 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$

- A. $2y^2$ B. $4xy$ C. $4y$ D. 0

10. 已知事件 A 与 B 为相互独立事件, 则 $P(AB) =$

- A. $P(A)+P(B)$ B. $P(A)-P(B)$

- C. $P(A)+P(B)-P(A)P(B)$ D. $P(A)P(B)$

高等数学(二)

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

注意事项:

- 第 II 卷 3 页, 用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔在答题卡上指定的答题区域内作答。
- 在此试卷上答题, 答案无效。

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 把答案填写在题中横线上.

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0, \\ x^2, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设函数 $y = x \cos x$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设函数 $y = x^5$, 则 $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ 的拐点坐标 $(x_0, y_0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. $\int \frac{dx}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. $\frac{d}{dx} \int_0^x (t^3 + t) dt = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 函数 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. 设函数 $z = f(x, y)$ 存在一阶连续偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, 则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤.

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

22. (本题满分 8 分)

设函数 $y = x^2 + \sin x + 3$, 求 y' .

23. (本题满分 8 分)

计算 $\int \sin 5x dx$.

24. (本题满分 8 分)

设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 + y^2 - e^z = 0$ 所确定的隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

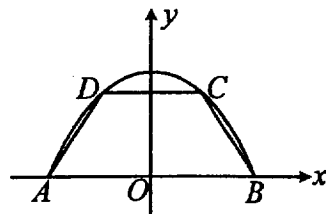
25. (本题满分 8 分)

一枚均匀硬币连续抛掷 3 次, 求 3 次均为正面向上的概率.

26. (本题满分 10 分)

设抛物线 $y = 1 - x^2$ 与 x 轴的交点为 A, B , 在它们所围成的平面区域内, 以线段 AB 为下底作内接等腰梯形 $ABCD$ (如图所示). 设梯形上底 CD 长为 $2x$, 面积为 $S(x)$.

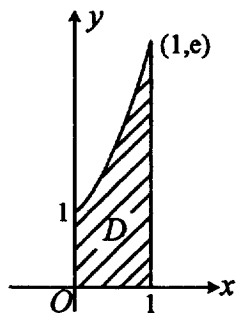
- 写出 $S(x)$ 的表达式;
- 求 $S(x)$ 的最大值.



27. (本题满分 10 分)

(1) 求曲线 $y=e^x$ 及直线 $x=1$, $x=0$, $y=0$ 所围成的图形 D (如图所示) 的面积 S .

(2) 求平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积 V_x .



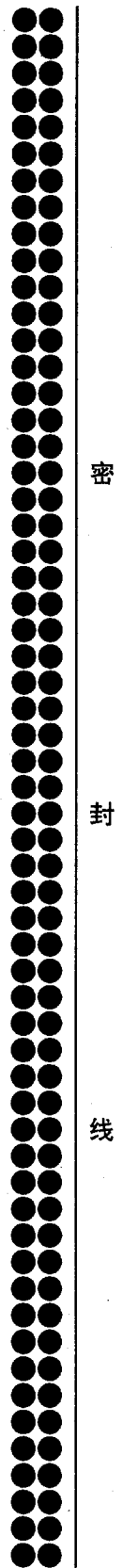
28. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x)=ax^3+bx^2+x$ 在 $x=1$ 处取得极大值 5.

(1) 求常数 a 和 b .

(2) 求函数 $f(x)$ 的极小值.

www.heao.com.cn



密

封

线

2008年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学(二)试题参考答案和评分参考

一、选择题:每小题4分,共40分.

- 1. C
- 2. C
- 3. A
- 4. B
- 5. D
- 6. A
- 7. C
- 8. B
- 9. A
- 10. D

二、填空题:每小题4分,共40分.

- 11. 1
- 12. 2
- 13. $\cos x - x \sin x$
- 14. $20x^3$
- 15. $(1, \frac{1}{3})$
- 16. $-\frac{1}{x} + C$
- 17. $x^3 + x$
- 18. 2
- 19. $x^2 + y^2 \leq 1$
- 20. $\frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$

三、解答题:共70分.

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6.$ 6分
8分
22. 解: $y' = (x^3)' + (\sin x)' + 3' = 3x^2 + \cos x$ 2分
8分
23. 解: $\int \sin 5x dx = -\frac{1}{5} \int \sin 5x d5x = -\frac{1}{5} \cos 5x + C.$ 3分
8分
24. 解法1: 令 $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - e^z$ 2分
 $\frac{\partial F}{\partial x} = 2x, \frac{\partial F}{\partial z} = -e^z$ 5分
 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}} = \frac{2x}{e^z}$ 8分



解法2: 等式两边直接对x求导得

$$2x - e^z \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{则 } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{e^z} \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

25. 解: 设 $A_i = \{\text{第 } i \text{ 次正面向上}\} \quad i=1, 2, 3$

$$A = \{\text{三次正面向上}\}$$

$$\text{且 } P(A_i) = \frac{1}{2}, \quad i=1, 2, 3 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\text{所以 } P(A) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = \frac{1}{8} \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

26. 解: 由 $\begin{cases} y=1-x^2 \\ y=0 \end{cases}$ 解得 $x = \pm 1$, 则 A, B 两点坐标分别为 $A(-1,0)$ 和 $B(1,0)$

$$AB = 2 \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$(1) S(x) = \frac{1}{2}(2+2x)(1-x^2) = (1+x)(1-x^2). \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) $S'(x) = -3x^2 - 2x + 1,$
 令 $S'(x) = 0$, 即 $(3x-1)(x+1) = 0.$
 得 $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -1$ (舍去).6分

$$S''(x)|_{x=\frac{1}{3}} = (-6x-2)|_{x=\frac{1}{3}} = -4 < 0, \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

则 $S(\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$ 为极大值.

根据实际问题, $S = \frac{32}{27}$ 为最大值.10分

27. 解: (1) $S = \int_0^1 e^x dx = e^x|_0^1 = e - 1$ 5分

(2) $V_x = \int_0^1 \pi(e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$ 8分

$$= \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^1$$

$$= \frac{\pi}{2} (e^2 - 1) \quad \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

28. 解: (1) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 1$ 2分

根据题意, $\begin{cases} f(1) = a + b + 1 = 5, \\ f'(1) = 3a + 2b + 1 = 0. \end{cases}$ 4分

解得 $\begin{cases} a = -9, \\ b = 13. \end{cases}$ 6分

(2) 令 $f'(x) = 0$, 即 $27x^2 - 26x - 1 = 0$

解得 $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{27}$8分

又 $f''(x) = -54x + 26$

因为 $f''(-\frac{1}{27}) = 28 > 0$

所以, $f(-\frac{1}{27}) = -\frac{41}{2187}$ 为极小值.10分

www.heao.com.cn