

## 高等数学(一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷第 1 至第 2 页,第 II 卷第 3 至第 5 页。

## 第 I 卷(选择题,共 40 分)

注意事项:

1. 答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号,用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔涂写在答题卡上。
2. 考试结束,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:1~10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内。

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{x^2} =$   
A. 0  
B. 1  
C. e  
D.  $e^2$
2. 设  $y = \cos x$ , 则  $y' =$   
A.  $-\sin x$   
B.  $\sin x$   
C.  $-\cos x$   
D.  $\cos x$
3. 设  $y = 2^x$ , 则  $dy =$   
A.  $x2^{x-1} dx$   
B.  $2^{x-1} dx$   
C.  $2^x dx$   
D.  $2^x \ln 2 dx$

4. 曲线  $y = x^3 + 1$  在点 (1, 2) 处切线的斜率  $k =$

- A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4

5.  $\int (e^x + 2) dx =$

- A.  $e^x + C$   
B.  $e^x + 2x + C$   
C.  $e^x + x^2 + C$   
D.  $(e^x + 2)^2 + C$

6.  $\frac{d}{dx} \int_1^2 \arctan x dx =$

- A.  $\arctan 2 - \arctan 1$   
B.  $\arctan 2$   
C.  $\arctan 1$   
D. 0

7. 设  $z = 3 \tan x^2 + 5y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A.  $6x \arctan x^2$   
B.  $6x \tan x^2 + 5$   
C. 5  
D.  $6x \cos^2 x$

8. 在空间直角坐标系中, 方程  $x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 1$  表示的曲面是

- A. 球面  
B. 柱面  
C. 锥面  
D. 椭球面

9. 设  $z = 2x + 3y^2$ , 则  $dz =$

- A.  $2dx + 3y^2 dy$   
B.  $2x dx + 6y dy$   
C.  $2dx + 6y dy$   
D.  $2x dx + 3y^2 dy$

10. 微分方程  $y' = 3x^2 y$  的通解为  $y =$

- A.  $Ce^{x^3}$   
B.  $Cxe^{x^3}$   
C.  $Cx^2 e^{x^3}$   
D.  $Cx^3 e^{x^3}$

## 高等数学(一)

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

注意事项:

1. 第 II 卷 3 页, 用 0.5 毫米书写黑色字迹签字笔在答题卡上指定的答题区域内作答.
2. 在此试卷上答题, 答案无效.

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 把答案填写在题中横线上.

11. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{kx} = 2$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

12. 函数  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-3}$  的间断点为  $x_0 =$  \_\_\_\_\_.

13. 设  $y = x^3 + x^2 + 3$ , 则  $y'|_{x=1} =$  \_\_\_\_\_.

14. 设  $y = e^{x+1}$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.

15. 曲线  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$  的拐点坐标  $(x_0, y_0) =$  \_\_\_\_\_.

16.  $\int \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} dx =$  \_\_\_\_\_.

17.  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx =$  \_\_\_\_\_.

18. 过点  $(0,0,0)$  且与直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$  垂直的平面方程为 \_\_\_\_\_.

19. 设  $z = xe^y$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.

20. 微分方程  $y' = 3$  的通解为  $y =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤.

21. (本题满分 8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - e^{-x}}$ .

22. (本题满分 8 分)

设  $\begin{cases} x = 2t^2 + 1, \\ y = \sin t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

23. (本题满分 8 分)

计算  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x}} dx$ .

24. (本题满分 8 分)

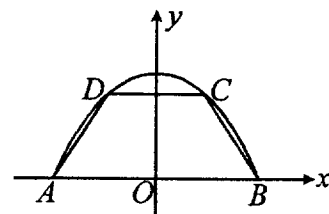
计算  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ .

25. (本题满分 8 分)

求微分方程  $y'' + 3y' + 2y = 0$  的通解.

26. (本题满分 10 分)

设抛物线  $y = 1 - x^2$  与  $x$  轴的交点为  $A, B$ , 在它们所围成的平面区域内, 以线段  $AB$  为下底作内接等腰梯形  $ABCD$  (如图所示). 设梯形上底  $CD$  长为  $2x$ , 面积为  $S(x)$ .

(1) 写出  $S(x)$  的表达式;(2) 求  $S(x)$  的最大值.

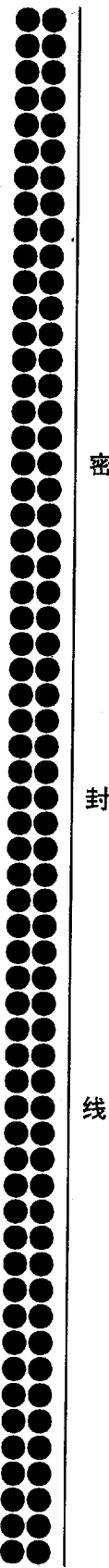
27. (本题满分 10 分)

将函数  $f(x) = xe^{3x}$  展开成  $x$  的幂级数, 并指出其收敛区间.

28. (本题满分 10 分)

计算  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , 其中  $D$  为曲线  $x^2 + y^2 = 1$  与  $x$  轴,  $y$  轴在第一象限围成的平面区域.

www.heao.com.cn



密

封

线



27. 解: 因为  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ , .....3分

从而  $e^{3x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$ , .....7分

所以  $xe^{3x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^{n+1}}{n!}$ . .....9分

收敛区间为  $(-\infty, +\infty)$ . .....10分

28. 解: 在极坐标系中, 平面区域  $D$  可表示为

$$\begin{cases} 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 \leq r \leq 1. \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

所以  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 r^2 \cdot r dr$  .....6分

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^4}{4} \Big|_0^1 \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$= \frac{\pi}{8}. \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

www.heao.com.cn